

## LÍMITES DE FUNCIONES REALES

En los ejercicios, completar la tabla y utilizar el resultado para estimar el límite. Representar la función utilizando una herramienta de graficación, con el fin de confirmar su resultado.

1.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{x^2 - 3x - 4}$

$x$	3.9	3.99	3.999	4.001	4.01	4.1
$f(x)$						

2.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 4}$

$x$	1.9	1.99	1.999	2.001	2.01	2.1
$f(x)$						

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+6} - \sqrt{6}}{x}$

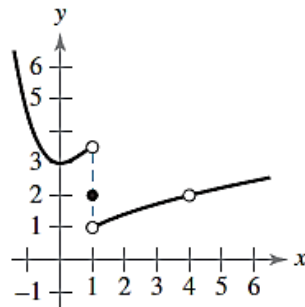
$x$	-0.1	-0.01	-0.001	0.001	0.01	0.1
$f(x)$						

4.  $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{4-x} - 3}{x+5}$

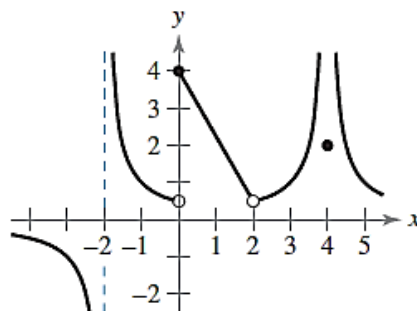
$x$	-5.1	-5.01	-5.001	-4.999	-4.99	-4.9
$f(x)$						

En los ejercicios, utilizar la gráfica de la función  $f$  para determinar si existe el valor de la cantidad dada. De ser así, ubicarla; si no existe, explicar por qué.

5. a)  $f(1)$   
 b)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$   
 c)  $f(4)$   
 d)  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$



6. a)  $f(-2)$   
 b)  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$   
 c)  $f(0)$   
 d)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$   
 e)  $f(2)$   
 f)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$   
 g)  $f(4)$   
 h)  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$



En los ejercicios, calcular el límite.

1.  $\lim_{x \rightarrow -3} (2x^2 + 4x + 1)$
2.  $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^3 - 2x^2 + 4)$
3.  $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x + 1}$
4.  $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt[3]{x + 4}$
5.  $\lim_{x \rightarrow -4} (x + 3)^2$
6.  $\lim_{x \rightarrow 0} (2x - 1)^3$
7.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x}$
8.  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2}{x + 2}$
9.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x^2 + 4}$
0.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 3}{x + 5}$

En los ejercicios, utilizar la información que se expone para evaluar los límites.

1  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = 3$

$\lim_{x \rightarrow c} g(x) = 2$

a)  $\lim_{x \rightarrow c} [5g(x)]$

b)  $\lim_{x \rightarrow c} [f(x) + g(x)]$

c)  $\lim_{x \rightarrow c} [f(x)g(x)]$

d)  $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)}$

3  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = 4$

a)  $\lim_{x \rightarrow c} [f(x)]^3$

b)  $\lim_{x \rightarrow c} \sqrt{f(x)}$

c)  $\lim_{x \rightarrow c} [3f(x)]$

d)  $\lim_{x \rightarrow c} [f(x)]^{3/2}$

2  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \frac{3}{2}$

$\lim_{x \rightarrow c} g(x) = \frac{1}{2}$

a)  $\lim_{x \rightarrow c} [4f(x)]$

b)  $\lim_{x \rightarrow c} [f(x) + g(x)]$

c)  $\lim_{x \rightarrow c} [f(x)g(x)]$

d)  $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)}$

4  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = 27$

a)  $\lim_{x \rightarrow c} \sqrt[3]{f(x)}$

b)  $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{18}$

c)  $\lim_{x \rightarrow c} [f(x)]^2$

d)  $\lim_{x \rightarrow c} [f(x)]^{2/3}$

En los ejercicios, encontrar el límite (si existe).

1  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x^2 - x}$

2  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{x^2 + 2x}$

3  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{x^2 - 16}$

4  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3 - x}{x^2 - 9}$

5  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 9}$

6  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 2x - 8}$

7  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x + 5} - 3}{x - 4}$

8  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 1} - 2}{x - 3}$

9  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 5} - \sqrt{5}}{x}$

10  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2 + x} - \sqrt{2}}{x}$

11  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[1/(3 + x)] - (1/3)}{x}$

12  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[1/(x + 4)] - (1/4)}{x}$

En los problemas, exprese el límite dado como un número, como  $\infty$  o como  $-\infty$

$$\textcircled{1} \quad \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{1}{x - 5}$$

$$\textcircled{4} \quad \lim_{x \rightarrow 6} \frac{4}{(x - 6)^2}$$

$$\textcircled{2} \quad \lim_{x \rightarrow -4^+} \frac{2}{(x + 4)^3}$$

$$\textcircled{5} \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{10}{x^2 - 4}$$

$$\textcircled{3} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x - 1)^4}$$

$$\textcircled{6} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-1}{\sqrt{x}}$$

Límites al infinito

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{1 + x + 2x^2} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2/x^2}{1/x^2 + x/x^2 + 2x^2/x^2} \\ &= \frac{\lim_{x \rightarrow +\infty} 1}{\lim_{x \rightarrow +\infty} 1/x^2 + \lim_{x \rightarrow +\infty} 1/x + \lim_{x \rightarrow +\infty} 2} \\ &= \frac{1}{0 + 0 + 2} = 0.5 \end{aligned}$$

Hallar  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$  :

$$1. \quad f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{2x^2 + 5x + 1}$$

$$2. \quad f(x) = \frac{1 - 3x^3}{2x^3 - 6x + 2}$$

$$3. \quad f(x) = \frac{2x + 1}{3x^2 + 2x - 7}$$

$$4. \quad f(x) = \frac{x^2 + x - 5}{1 - 2x - x^3}$$

$$5. \quad f(x) = \frac{3x^2 - 6x + 2}{2x - 9}$$

$$6. \quad f(x) = \frac{1 - 2x^3}{x + 1}$$